نشریه اقتصاد و توسعه کشاورزی (علوم و صنایع کشاورزی)
جلد ۲۵، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۰، ص. ۲۱۸-۲۱۲

Journal of Agricultural Economics and Development
Vol. 25, No. 2, Summer 2011, P. 212-218

کاربرد مدل کنترل بهینه در برداشت آب از منابع زیرزمینی (مطالعه موردی: دشت عجب شیر)

جواد حسین زاد[۱*]- اکرم جوادی[۲]- باب اله حیاتی[۳]- اسماعیل پیش بهار[۴] - قادر دشتی[۵]

تاریخ دریافت: ۸۹/۱۰/۱۱
تاریخ پذیرش: ۹۰/۶/۱۸

چکیده

با افزایش فعالیت‌های کشاورزی برای تامین غذای جمعیت رو به رشد جهان، مصرف منابع آبی برای انجام این فعالیت‌ها نیز افزایش یافته است. حال آنکه به علت برداشت و مصرف بی‌رویه، از این منابع محدود به درستی استفاده نمی‌شود. بطوری که در اکثر نواحی کشور سطح سفره‌های آب زیرزمینی بشدت افت نموده و تراز آن منفی است. بنابراین به کار بردن یک برنامه مدیریت مناسب برای استفاده بهینه از این منابع ضروری به نظر می‌رسد. با توجه به اینکه اثرات تخلیه آب زیرزمینی در طول زمان انباشته می‌شود، زمان به عنوان یک متغیر اساسی در حل مسائل بهینه سازی برای چنین منابعی مطرح است و استفاده از مدل‌های پویا مانند روش کنترل بهینه را برای چنین مواردی ضروری می‌نماید. هدف عمده در این مدل‌ها، یافتن حداکثر منافع خالص اجتماعی با توجه به پایداری سفره می‌باشد. در مطالعه حاضر نیز مدل کنترل بهینه برای برداشت آب‌های زیرزمینی دشت عجب‌شیر که از مناطق مهم کشاورزی استان آذربایجان شرقی می‌باشد، بکار رفته است. این دشت از جمله مناطقی است که با مشکل کمبود و تراز منفی منابع آب زیرزمینی مواجه می‌باشد. با اجرای مدل کنترل بهینه در این منطقه، مسیربهینه استخراج آب از منبع زیرزمینی آن تعیین گردید. نتایج نشان می‌دهد که حدود ۳۶ سال طول می‌کشد تا ارتفاع آب در سفره زیرزمینی بالا آمده و در سطح ایستابی بهینه خود قرار گیرد. در این مدت میزان برداشت آب از سفره کاهش یافته و از یک منبع جایگزین مناسب که در این مطالعه فاضلاب تصفیه شده می‌باشد، برای تأمین اضافه نیاز کشاورزان استفاده می‌شود. به این ترتیب رعایت حد تعیین شده از یک طرف موجب حفظ و پایداری سفره شده و از طرف دیگر توسعه و ادامه پایدار فعالیت‌های کشاورزی و افزایش درآمد کشاورزان منطقه را به دنبال خواهد داشت.

واژه‌های کلیدی: برداشت بهینه اقتصادی، دشت عجب‌شیر، مدل کنترل بهینه، منابع آب زیرزمینی

مقدمه

افزایش روزافزون جمعیت جهان و در نتیجه تامین نیازهای غذایی آن‌ها، سبب شده تا فعالیت‌های کشاورزی و متعاقباً مصرف منابع آبی نیز رو به افزایش باشد. از طرفی پیش‌بینی‌های سازمان ملل نشان‌دهنده آن است که تا سال ۲۰۵۰ میلادی محدودیت منابع آبی، اصلی‌ترین موضوع مورد بحث جهانی خواهد بود (۳). این وضعیت برای ایران نیز که در کمربند خشک آب و هوایی جهان قرار دارد، هشداردهنده‌تر است. متوسط بارندگی ایران ۲۵۰ میلی‌متر است که در مقایسه با متوسط بارندگی جهان (۷۵۰ میلی‌متر) خیلی پایین است. از طرف دیگر پراکندگی نامتناسب زمانی و مکانی ریزش‌های جوی با نیازهای کشاورزی و زمان‌های پرمصرف آبی (حداقل ۷۴ میلی‌متر در مناطق کویری و ۸۴۰ میلی‌متر در بعضی مناطق غرب و شمال کشور) مشکل را حادتر می‌کند (۴). در این شرایط، برداشت بیش از حد مجاز از سفره های آب زیرزمینی باعث بوجود آمدن خسارات جبران‌ناپذیری به این منابع شده است. بر اساس گزارش وزارت نیرو در سال ۱۳۸۶، میزان تغذیهٔ منابع آب زیرزمینی معادل ۵۶/۵ میلیارد مترمکعب، ولی برداشت معادل ۶۱/۳ میلیارد مترمکعب می‌باشد. بنابراین سالانه ۴/۸ میلیارد مترمکعب اضافه برداشت از منابع آب زیرزمینی در سطح کشور وجود دارد. به منظور جلوگیری از این روند و سامان دادن به برداشت آب از منابع زیرزمینی اعمال مدیریت صحیح بهره‌برداری از منابع آبی اجتناب‌پذیر به نظر می‌رسد. از جمله راهکارهای مدیریتی، اتخاذ رهیافت‌های مناسب جهت تعیین میزان بهینه برداشت از منابع آب علی‌الخصوص منابع زیرزمینی می‌باشد. مناسب‌ترین گام برای این کار، به‌کارگیری انواع روش‌های بهینه‌سازی

۱، ۲، ۳، ۴ و ۵- به ترتیب استادیار، دانشجوی سابق کارشناسی ارشد، دانشیار و استادیاران گروه اقتصاد کشاورزی دانشکده کشاورزی، دانشگاه تبریز
(*- نویسنده مسئول: Email: j_firoozy@yahoo.com)

می‌باشد که در مورد منبع آب زیرزمینی به دلیل پویایی آن و انباشتگی اثرات استخراج و جایگزینی آن در طول زمان، روش‌های بهینه‌یابی پویا اهمیت بیشتری پیدا می‌کند (۷). عمده روش حل چنین مدل‌هایی، تئوری کنترل بهینه[1] می‌باشد که به‌طور گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرد.

در راستای تعیین میزان بهره‌برداری بهینه از منابع آب زیرزمینی در طول زمان و با روش‌های پویائی مانند کنترل بهینه، مطالعات مختلفی توسط محققین در خارج از کشور انجام گرفته است. اما به نظر می‌رسد مطالعاتی که بهره‌برداری بهینه از منابع آب را با چنین روشی مورد ملاحظه قرار دهند، در داخل کشور انجام نشده است. پی‌تافی و روماست (۱۵) مطالعه‌ای را با هدف تخمین مصرف کارای آب در منطقه آبخوان هونولولو در اوهایو انجام دادند. مقایسه رفاه با و بدون اجرای مدل کنترل بهینه نشان داد که در حالت بهینه سازی رفاه افزایش می‌یابد. چی ترا و چاندراکانت (۹) با کاربرد اصول حداکثرسازی پانتریاگن، برای یافتن مسیر پایدار اقتصادی استحصال آب، نتیجه گرفتند که با پی گرفتن روند بهینه سازی، عمر چاه‌های آبیاری در دشت تومکور کارناتاکای هند، نسبت به حالت برداشت کنترل نشده، افزایش خواهد یافت. به علاوه ارزش حال سود خالص واقعی هم در حالت برداشت بهینه افزایش می‌یابد. پانگ کیجوراسین و همکاران (۱۷) در یک مطالعه از روش کنترل بهینه برای مصرف آب زیرزمینی در یک اکوسیستم کنار دریا استفاده کردند. نتایج نشان داد که در حالت بهینه، سطح سفره آب افزایش می‌یابد. افراد دیگری مانند تی سور و زمل (۲۰)، کرولس و همکاران (۱۳)، هله گرز و همکاران (۱۲)، پی‌تافی و روماست (۱۶)، گما و تی‌سور (۱۱)، چاکراوورتی و اوماتسو (۱۰) و ری نلت (۱۸) نیز از روش کنترل بهینه برای بهینه‌سازی برداشت آب از منابع زیرزمینی استفاده کرده‌اند. در کل مرور مطالعات فوق نشان می‌دهد که مدل کنترل بهینه یکی از روش‌های مناسب و پرکاربرد برای یافتن مسیر بهینه میزان استخراج آب از منابع زیرزمینی می‌باشد.

دشت عجب‌شیر از جمله مناطق مهم کشاورزی استان آذربایجان شرقی و کشور است که با بحران آب‌های زیرزمینی روبروست. سطح اراضی کشاورزی این دشت حدود ۷۰۰۰ هکتار می‌باشد که به کشت محصولات مختلف زراعی و باغی اختصاص دارد. مطالعات مربوط به منابع آب کشاورزی دشت عجب‌شیر نشان می‌دهد که به طور متوسط از کل آب مصرفی کشاورزی این منطقه یعنی ۶۴/۴ میلیون مترمکعب در سال حدود ۳۶/۷ میلیون مترمکعب آن از منابع آب زیرزمینی استخراج می‌شود. استفاده بیش از حد از منابع آب زیرزمینی در این منطقه نشان می‌دهد که ارتفاع سفره آب زیرزمینی در طول ۲۰ سال اخیر، حدود ۶ متر افت داشته است[2] (۸). اگر وضعیت به همین ترتیب ادامه داشته باشد، در آینده‌ای نه چندان دور خسارت جبران ناپذیری بر منابع آب زیرزمینی و به تبع آن فعالیت‌های کشاورزی منطقه وارد خواهد شد. بر همین اساس در مطالعه حاضر سعی می‌شود با بکارگیری روش کنترل بهینه، مسیر بهینه اقتصادی برداشت آب از منابع زیرزمینی دشت عجب‌شیر بگونه‌ای تعیین شود که ضمن جلوگیری از تخریب سفره موجبات بازسازی آن در سال‌های آینده نیز فراهم گردد.

مواد و روش‌ها

برای دست‌یابی به هدف این مطالعه از رهیافت کنترل بهینه استفاده می‌شود.

در مسائل بهینه‌یابی پویا، زمان نقش اساسی دارد. هر سیستم پویا دارای متغیرهای کنترل[3]، متغیرهای وضعیت[4]، (اهداف) و یک زمان ابتدایی و انتهایی است. متغیرهای کنترل ابزار تأثیرگذاری بر سیستم هستند و با $u(t)$ نشان داده می‌شود که تصمیم‌گیرنده می‌خواهد در هر لحظه از زمان مقدار $u(t)$ را به بهترین نحو تعیین کند تا آثار مطلوبی بر روی سیستم بگذارد. متغیرهای وضعیت که با $x(t)$ مشخص می‌شوند، وضعیت سیستم را در هر لحظه از زمان نشان می‌دهند. $x(t)$ در طول زمان مسیری را طی می‌کند که به آن مسیر وضعیت می‌گویند. بدیهی است هر مقداری که برای متغیرهای کنترل تعیین شود، مسیر وضعیت نیز متناسب با آن تعیین می‌گردد. رابطه متغیر کنترل و وضعیت را می‌توان به صورت معادله (۱) نوشت که یک معادله دیفرانسیلی می‌باشد و در واقع حرکت سیستم را توصیف می‌کند. به همین دلیل به آن "معادله حرکت[5]" نیز می‌گویند (۲).

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \qquad (۱)$$

یکی از مفاهیم مهم در بهینه‌یابی پویا، بیان هدف به صورت یک تابع است. هر مسیری که برای $u(t)$ و $x(t)$ انتخاب شود به ازاء آن یک مقدار برای تابع هدف به دست می‌آید. در حالت کلی تابع هدف، به صورت رابطه (۲) نشان داده می‌شود که تابعی از $\boldsymbol{u}$ و $\boldsymbol{x}$ است (۲):

$$V(x) = \int_{t_0}^{T} F(x(t), u(t), t)dt \qquad (۲)$$

تابع هدف (۲) هم تابعی از $x(t)$ و هم تابعی از $\dot{x}(t)$ (از طریق معادله (۱)) است.

1- Optimal Control Theory

۲- این وضعیت موجب شده است که دشت عجب شیر به عنوان منطقه ممنوعه در سال‌های اخیر، اعلام شده است (سازمان آب منطقه‌ای استان آذر بایجان شرقی، ۱۳۸۴).

3-Control variables
4-State Variables
5-Motion Equation

به طور کلی مسئله کنترل بهینه را می‌توان به صورت زیر نوشت (۵):

$$Max\ V(x) = \int_{t_0}^{T} F(x(t),u(t),t)dt \quad (۳)$$
$$St. \quad \dot{x}(t) = f(x(t),u(t),t)$$
$$x(0) = x_0$$
$$x(T) = free$$

گسترش یافته‌ترین روش حل بهینه‌یابی پویا، اصل ماکزیمم‌سازی پانتریاگن[1] می‌باشد. در این روش متغیر کنترل طوری تعیین می‌شود که با انتخاب متغیر وضعیت، حداکثر هدف تابعی بدست آید (۱).

در این روش ابتدا تابع همیلتن به صورت زیر تشکیل می‌یابد:

$$H(x,u,\lambda,t) = F(x,u,t) + f(x(t),u(t),t)\lambda \quad (۴)$$

تابع H همان تابع همیلتن[2] می‌باشد که حداکثرسازی آن معادل حداکثر شدن تابع هدف اصلی در رابطه (۳) می‌باشد و به ازاء مقادیر مطلوب متغیرهای x و u تابع V حداکثر می‌شود. در رابطه فوق λ بیانگر متغیر هم وضعیت یا الحاقی می‌باشد و به نوعی ارزش سایه‌ای هر واحد آب زیرزمینی را نشان می‌دهد.

شرایط اولیه لازم برای حداکثرسازی تابع همیلتن به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \quad (۵)$$
$$-\frac{\partial H}{\partial x} = \dot{\lambda} = \frac{d\lambda}{dt} \quad (۶)$$
$$\frac{\partial H}{\partial \lambda} = \dot{x}(t) = f(x(t),u(t),t) \quad (۷)$$

حل همزمان این معادلات، مسیر بهینه متغیرهای پویای X , U و λ را تعیین می‌کند.

با عنایت به مباحث و روابط فوق، تابع هدف مطالعه حاضر به صورت رابطه (۸) تبیین می‌شود. این رابطه معادل بیشینه کردن ارزش حال اضافه رفاه مصرف کننده می‌باشد و به صورت تفاوت سود حاصل از مصرف آب زیرزمینی و هزینه صرف شده برای استخراج آن در نظر گرفته می‌شود.

$$NB = \int_0^T e^{-rt}\left(\int_0^q D^{-1}{}_t(w)dw - c(h_t)q_t - p_b b_t\right)dt \quad (۸)$$

در رابطه فوق، متغیرها به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

NB : ارزش حال سودهای به دست آمده از مصرف آب در طول دوره زمانی T (اضافه رفاه مصرف کننده)، W : مقدار آب تقاضا شده، D^{-1} : تابع معکوس تقاضا و $\int_0^q D^{-1}{}_t(w)dw$: مساحت زیر منحنی تقاضا در سطح تقاضای q_t می‌باشد که بنا به گفته شاه و همکاران (۱۹) بیانگر تابع سود اجتماعی است و با کم کردن هزینه‌های استخراج آب، اضافه رفاه مصرف کننده را نشان می‌دهد.

1- Maximum principle
2- Hamiltonian Function

$c(h_t)$: هزینه استخراج واحد آب می‌باشد که به عنوان یک تابع مثبت، نزولی و محدب از ارتفاع سطح سفره آب در نظر گرفته می‌شود (۱۳)، q_t : میزان استخراج آب، r : نرخ تنزیل، p_b : هزینه تأمین واحد حجم آب از منبع جایگزین[3] و b_t : میزان مصرف منبع جایگزین در زمان t .

اگر مجموع نفوذ بارندگی خالص به همراه آب برگشت داده شده از آبیاری و نفوذ آب سطحی، ورودی‌های منبع زیرزمینی (R) و مجموع برداشت‌ها توسط مصرف کنندگان (q_t) و نشت آب به صورت چشمه‌ها(L)، خروجی‌های آن را تشکل دهد، معادله حرکت که وضعیت ارتفاع سفره در طی زمان ($\dot{h}_t$) را نشان می‌دهد، توسط رابطه (۹) نشان داده می‌شود:

$$\dot{h}_t = R - l(h_t) - q_t \quad (۹)$$

رابطه بین سطح سفره و میزان تخلیه آب چشمه، توسط مینک[4] (۱۴) به صورت $l(h_t) = kh^2$ بیان شده است که k ضریب مخصوص برای یک سفره آب زیرزمینی می‌باشد.

بدین ترتیب مسأله برداشت از سفره آب زیرزمینی برای بیشینه کردن ارزش حال اضافه رفاه مصرف‌کننده، در طی زمان به صورت زیر فرمول‌بندی می‌شود:

$$Max \int_0^T e^{-rt}\left(\int_0^q D^{-1}{}_t(w)dw - c(h_t)q_t - p_b b_t\right)dt \quad (۱۰)$$
$$subject\ to: \quad \dot{h}_t = R - l(h_t) - q_t$$
$$h(0) = h_0$$

بر اساس رابطه (۱۰) تابع همیلتن نیز به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$H = \left(\int_0^q D^{-1}{}_t(w)dw - c(h_t)q_t - p_b b_t\right) + \psi(R - l(h_t) - q_t) \quad (۱۱)$$

Ψ قیمت سایه‌ای هر واحد آب زیرزمینی می‌باشد.

شرایط مرتبه اول لازم برای حداکثرسازی تابع همیلتن (۱۱)، به‌صورت معادلات زیر نوشته می‌شود:

$$\dot{h}_t = \frac{\partial H}{\partial \lambda_t} = R - l(h_t) - q_t \quad (۱۲)$$
$$\dot{\psi}_t = r\psi_t - \frac{\partial H}{\partial h} = r\psi_t + c'(h_t)q_t + \psi_t \gamma l'(h_t) \quad (۱۳)$$
$$\frac{\partial H}{\partial q_t} = D^{-1}{}_t(q_t) - c(h_t) - \psi_t \le 0 \qquad \text{if} < \Rightarrow q_t = 0 \quad (۱۴)$$
$$\frac{\partial H}{\partial b_t} = D^{-1}{}_t(q_t) - p_b \le 0 \qquad \text{if} < \Rightarrow b_t = 0 \quad (۱۵)$$

برای حل معادلات (۱۲) تا (۱۵)، ابتدا تابع معکوس تقاضا به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

۳- اگر هزینه استخراج آب از سفره به قدری بالا رود که برداشت آب غیرممکن شود، منابع جایگزین از جمله آب نمک‌زدایی شده از آب دریا یا پساب تصفیه شده فاضلاب عرضه می‌شود.

4-Mink

$$p_t \equiv D^{-1}{}_t(q_t) \quad (۱۶)$$

برای به دست آوردن شرط برابری سود نهایی استخراج و سود نهایی ذخیره، معادله (۱۳) به صورت رابطه (۱۷) بازنویسی می‌گردد:

$$r\psi_t + \psi_t \gamma l'(h_t) = \dot{\psi}_t - c'(h_t)q_t \quad (۱۷)$$

رابطه (۱۷) یک شرط بهینه کلی است. سمت چپ معادله فوق، سود نهایی استخراج آب است و سمت راست آن، سود نهائی ذخیره می‌باشد. برای به دست آوردن سطح ایستابی بهینه هنگام استفاده از منبع جایگزین، ابتدا بایستی قیمت منبع جایگزین وارد معادلات شود. بنابراین با جاگذاری $p_t = p_b$ در معادله (۱۶)، $\psi_t = p_b - c(h_t)$ به دست می‌آید. با گرفتن مشتق نسبت به زمان از این عبارت و ترکیب آن با معادلات (۱۲) و (۱۳) و نهایتاً خلاصه‌سازی ψ_t ، $\dot{\psi}_t$ و $\dot{h}_t$ عبارت زیر به دست می‌دهد:

$$p_b - c(h_t) = -\frac{\gamma(R-l(h_t))\,c'(h_t)}{r+\gamma l'(h_t)} \quad (۱۸)$$

معادله (۱۸) بیان می‌کند که سطح ایستابی سفره آب زیرزمینی در این ارتفاع بهینه (h_b^*) باقی می‌ماند. از اینرو آب برداشت شده از سفره بایستی برابر ورودی خالص به سفره باشد. یعنی $R = q_t$ و تقاضای بیشتر از آن توسط منبع جایگزین تأمین شود. برای به دست آوردن سطح ایستابی بهینه بدون وجود منبع جایگزین، در رابطه (۱۸) جاگذاری $p_t = p_b$ انجام می‌گیرد. بنابراین h ای که از حل آن حاصل می‌شود، سطح ایستابی بهینه در زمانی خواهد بود که منبع جایگزین وجود ندارد(h^*). برای به دست آوردن قیمت بهینه در این سطح (p^*) از معادلات (۱۲) و (۱۶) استفاده می‌شود. پس از به دست آوردن ارتفاع سفره و قیمت بهینه، مسیرهای بهینه ارتفاع سطح سفره، قیمت آب زیرزمینی و میزان استخراج از سفره آب زیرزمینی برای رسیدن ارتفاع سفره به میزان بهینه آن، از سیستم معادلات دیفرانسیلی زیر به دست می‌آید:

$$\dot{h}_t = \gamma(R - l(h_t) - q_t) \quad (۱۹)$$

$$\dot{p}_t = (r + \gamma l'(h_t))(p_t - c(h_t)) + \gamma(R - l(h_t))c'(h_t) \quad (۲۰)$$

رابطه (۱۹) همان معادله (۱۲) است و رابطه (۲۰) از ترکیب معادلات (۱۲)، (۱۳) و (۱۶) حاصل شده است. رابطه (۱۹) مسیر تغییرات سطح سفره آب زیرزمینی و رابطه (۲۰) مسیر بهینه قیمت آب را مشخص می‌کند.

زمانی که سطح اولیه از سطح وضعیت ایستای بهینه پایین‌تر و $h^* < h_b^*$ و $p^* > p_b$ باشد، از ابتدا تا زمانیکه سطح سفره به وضعیت ایستای h_b^* برسد، از منبع جایگزین استفاده خواهد شد. در این شرایط منبع جایگزین تنها در دوره آغازی استفاده خواهد شد[۱].

۱- برای برقرار بودن شرایط کافی، بایستی تابع هدف مشتق پذیر و نسبت به متغیر کنترل و متغیر وضعیت خطی باشد.

الگوی تجربی

ابتدا الگوی تجربی تقاضای آب زیرزمینی به‌صورت زیر تبیین می‌گردد:

$$D\ (p,t) = \alpha + \beta P_t \qquad ,\ \beta < 0 \quad (۲۱)$$

که در آن D مقدار تقاضای آب زیرزمینی در طول زمان، p_t قیمت آب زیرزمینی می‌باشد. در مرحله بعد رابطه هزینه استخراج آب مشخص می‌شود. با عنایت به ادبیات موضوع، فرم تابعی زیر مانند آنچه پانگ کیجوراسین وهمکاران (۱۷) در مطالعه خود برای هزینه استخراج آب به‌کار بردند، انتخاب می‌شود:

$$c(h) = c_0(h_{grd} - h_t) \quad (۲۲)$$

در رابطه فوق h_{grd} ارتفاع زمین از سطح دریا و c_0 هزینه انرژی لازم برای بالا آوردن یک مترمکعب آب از هر متر بلندی می‌باشد.

آمار و اطلاعات مورد نیاز جهت انجام محاسبات و برآورد مدل‌ها از گزارش‌ها و اسناد سازمان‌ها و ادارات ذیربط از جمله اداره جهادکشاورزی و اداره آبیاری شهرستان عجب شیر و سازمان آب منطقه‌ای استان آذربایجان شرقی فراهم شده است.

نتایج و بحث

با استفاده از ابعاد GIS سفره، محدوده سفره آب زیرزمینی دشت عجب‌شیر حدود ۱۳۱/۲۵۰ کیلومتر مربع و تخلخل مؤثر آن به طور میانگین ۱۸ درصد برآورد شد. به این ترتیب برداشت هر متر مکعب از آب زیرزمینی سطح آن را حدود ۰/۰۰۰۰۰۰۰۴۲۳ متر کم خواهد کرد ($\gamma = 0.0423 \quad m/mm^2$). متوسط جریان برگشتی طبیعی به سفره حدود ۳۲/۶ میلیون مترمکعب می‌باشد. از طرفی رابطه نشتی از سفره به صورت چشمه (بر حسب مترمکعب) با ارتفاع سطح آب در سفره به صورت زیر برآورد گردید (۱۴):

$$l(h_t) = 5.898h_t^2 \quad (۲۳)$$

بنابراین معادله حرکت به عنوان محدودیت مدل به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\dot{h}_t = 0.0000000423(32611957 - 5.898h_t^2 - q_t) \quad (۲۴)$$

با استفاده از قیمت‌های موجود برای آب زیرزمینی و هم‌چنین میزان استخراج آب از سفره زیرزمینی، تابع تقاضای آب زیرزمینی برای منطقه مورد مطالعه به صورت زیر برآورد شد:

$$q_t = 72898000 - 39500p_t \quad (۲۵)$$

کشش قیمتی تابع فوق برابر ۰/۵۷- می‌باشد که بیانگر کشش ناپذیر بودن تقاضای آب در منطقه می‌باشد.

با توجه به اطلاعات به دست آمده از صاحبان چاه‌ها در مورد

هزینه‌های جاری وتعمیر و نگهداری، متوسط هزینه پمپاژ برابر ۱۶/۷۶ ریال برای هر متر مکعب آب به دست آمد. با توجه به اینکه ارتفاع دشت عجب‌شیر به‌طور متوسط حدود ۱۳۵۰ متر بالاتر از سطح دریای آزاد است، هزینه استخراج هر واحد آب از ارتفاع h_t به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$c(h_t) = 16.76(1350 - h_t) \quad (۲۶)$$

کمترین سطح مجاز برای پائین آمدن در سفره آب زیرزمینی، ۱۲۸۷ متر می‌باشد. (ارتفاعی که لایه شور پس از آن قرار دارد) و سطح اولیه در این منطقه ۱۲۹۰/۳۶ متر است. با توجه به اینکه در این مطالعه فاضلاب تصفیه شده به عنوان منبع جایگزین در بخش کشاورزی در نظر گرفته شده است، طبق محاسبات کارشناسی مربوط به اداره آب و فاضلاب آذربایجان شرقی-تبریز، هزینه هر واحد آب تصفیه شده فاضلاب برای مصرف در بخش کشاورزی حدود ۱۲۰۰ ریال برای هر مترمکعب آب تخمین زده شده است. سال پایه یا صفر در این مطالعه ۱۳۸۷ و نرخ تنزیل مورد استفاده با توجه به روند رشد قیمت‌های آب، ۵ درصد در نظر گرفته شد.

با استفاده از روابط و معادلات به دست آمده و با انجام محاسبات ریاضی، مقدار سطح ایستابی بدون وجود منبع جایگزین برابر $h^* = 1292/84$ متر و با وجود این منبع برابر $h_b^* = 1297/31$ متر به دست آمد. سپس با استفاده از این مقادیر و تابع تقاضا، مقدار قیمت بهینه در سطح بهینه ایستابی (h^*) برابر $p^* = 1276/54$ ریال به‌دست آمد. با توجه به قیمت $p_b = 1200$ ریال برای هر واحد آب تصفیه شده فاضلاب، مشخص می‌شود که سفره آب زیرزمینی منطقه مورد مطالعه در شرایطی است که $h^* < h_b^*$ و $p^* > p_b$ می‌باشد و سطح اولیه سفره که برابر با $h_0 = 1290/36$ متر می‌باشد، پائین‌تر از سطح بهینه ایستا قرار گرفته است. بنابراین بایستی ارتفاع سفره شروع به افزایش کند تا به سطح ایستابی بهینه برسد.

با توجه به روابط برآورد شده، تابع همیلتن به شکل زیر نوشته می‌شود:

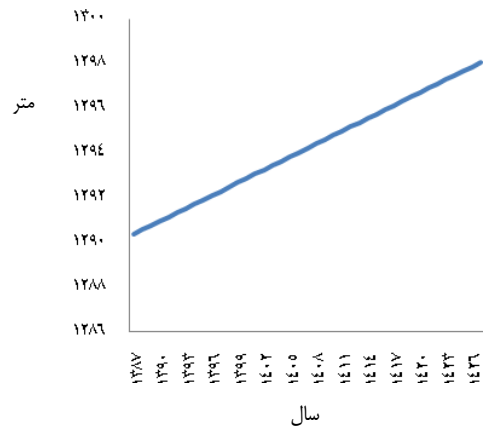
$$H = \left(\int_0^{\circ} 1845.5 - 0.000025w_t\,dw - 16.76(1350 - h_t)q_t - 1200h_t\right) + \nu(32611957 - 5.898h_t^2 - q_t) \quad (۲۷)$$

با ایجاد شرایط اولیه لازم که منجربه بیشینه شدن تابع همیلتن و نتیجتاً بیشینه شدن اضافه رفاه مصرف‌کننده می‌شود و با جاگذاری روابط و نیز اطلاعات مربوط به قیمت‌ها و نرخ تنزیل در معادلات به دست آمده از شرایط اولیه لازم و حل آن‌ها، مسیرهای بهینه ارتفاع سطح سفره، قیمت و میزان برداشت از سفره حاصل شد. رابطه (۲۸) مسیر بهینه ارتفاع سطح سفره زیرزمینی در طول زمان را نشان می‌دهد:

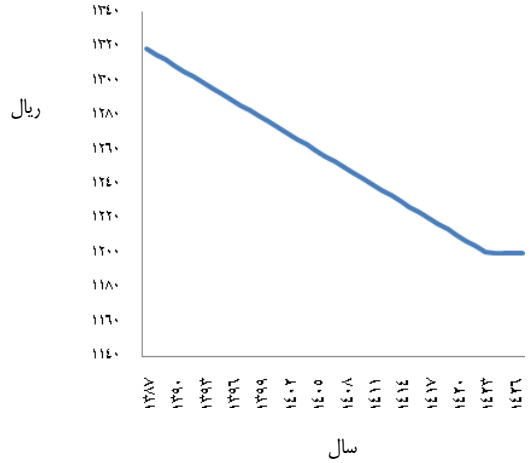
$$h_t = 0.193t + 1290.36 \quad (۲۸)$$

رابطه (۲۹) نیز بیانگر قیمت‌های بهینه‌ای است که هر واحد آب زیرزمینی باید در طول زمان داشته باشد:

$$p_t = \frac{[44.8 - 0.1665t - 0.00000046t^2]}{[0.081 + 0.00000009t]} \quad (۲۹)$$



نمودار ۱- مسیر بهینه ارتفاع سطح سفره آب زیرزمینی



نمودار ۲- مسیر بهینه قیمت آب زیرزمینی

همانطور که نمودار (۱) نشان می‌دهد، ارتفاع سطح سفره آب از مقدار اولیه آن که برابر ۱۲۹۰/۳۶ متر می‌باشد، شروع به افزایش می‌کند. این روند افزایشی مطابق رابطه (۲۸) ادامه می‌یابد. با چنین روندی پس از حدود ۱۳ سال یعنی در سال ۱۴۰۰، سطح سفره تا ارتفاع بهینه ۱۲۹۲/۸۴ متر که قبلاً محاسبه شد، بالا می‌آید. اما با وجود منبع جایگزین، بایستی به سفره اجازه پر شدن داده شود تا به سطح بهینه ایستابی ۱۲۹۷/۳۱ متر برسد. با توجه به نمودار حدود ۳۶ سال طول می‌کشد تا این نتیجه حاصل شود. در این مدت قیمت آب مطابق با معادله (۲۹) تغییر می‌کند که مسیر آن در نمودار (۲) رسم شده است. بر طبق نمودار، قیمت بایستی به قدری افزایش یابد تا بتواند میزان تقاضا از منبع آب زیرزمینی را کاهش دهد. با بالا آمدن ارتفاع آب در سفره، هزینه استخراج آن کمتر می‌شود و قیمت هر واحد آب زیرزمینی نیز شروع به کاهش می‌کند. در سال سیزدهم یا سال ۱۴۰۰ قیمت هر واحد آب برابر ۱۲۷۶ ریال به دست می‌آید. این قیمت در سال ۳۶ (سال ۱۴۲۳) هنگامی که سطح آب به ۱۲۹۷/۳۱ متر می‌رسد، برابر ۱۲۰۰ ریال (قیمت هر واحد آب تصفیه شده فاضلاب) خواهد بود.

نهایتاً میزان استخراج آب از منبع زیرزمینی، از رابطه زیر حاصل می‌شود:

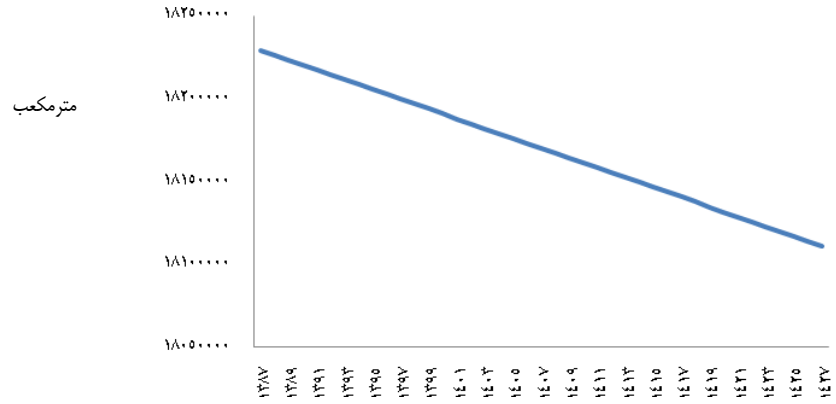
$$q_t = 18228886.6 - 2937.69t - 0.22t^2 \qquad (۳۰)$$

این رابطه بیانگر حداکثر مقدار آبی است که می‌توان از سفره زیرزمینی برداشت کرد. با توجه به معادله (۳۰) مسیر استخراج از سفره آب زیرزمینی در نمودار زیر رسم شده است.

با توجه به نمودار (۳) میزان آبی که می‌توان از سفره زیرزمینی برداشت کرد، بایستی کاهش یابد تا این منبع در طول زمان بازسازی شده و به سطح بهینه خود برسد. در این مدت مابقی نیاز منطقه به آب از طریق منبع جایگزین تأمین می‌شود. این روند تا ۳۶ سال بعد ادامه می‌یابد تا منبع به حالت ایده‌آل خود برسد. باید توجه داشت که اگر بتوان برداشت آب از سفره را حتی کمتر از مقادیر به دست آمده پایین آورد، یعنی استفاده از منبع جایگزین را افزایش داد، در اینصورت زمان پر شدن سفره و رسیدن ارتفاع سطح آن به میزان بهینه خود، کاهش می‌یابد. در واقع با اینکار روند ۳۶ ساله بازسازی در زمان کمتری اتفاق می‌افتد.

بدین ترتیب می‌توان اظهار کرد که با ادامه وضع موجود در رابطه با مصرف آب در دشت عجب‌شیر، دیری نمی‌پاید که منطقه دچار مشکل جدی کمبود آب و از دست رفتن منابع زیرزمینی شود. این در حالی است که با برداشت بهینه از منابع آب زیرزمینی می‌توان وضعیت موجود را به وضعیت بهتر و پایدارتر تغییر داد. در این راستا اقدامات زیر می‌تواند مفید واقع شود. استفاده صحیح از آب‌های سطحی و مهار آب‌هایی که از دسترس خارج می‌شوند. یافتن منابع جایگزین دیگر برای آب‌های زیرزمینی از دیگر اقدامات مناسب می‌باشد البته به دلیل اینکه قیمت آن در پذیرش کشاورزان برای استفاده از این منبع دارای اهمیت است، بایستی روش‌های کم هزینه در تولید منبع جایگزین توسط مراکز و شرکت‌های مرتبط بکار گرفته شود. در بعضی موارد مسئولین ذیربط می‌توانند با لحاظ تأسیسات و دستگاه‌های کنترل کننده فنی و از طریق محدود کردن ساعت کار موتورهای آبی برای استخراج آب از منابع زیرزمینی مانع برداشت اضافی آب توسط کشاورزان شوند.

با توجه به اینکه مشکلات مربوط به منابع آب زیرزمینی در اکثر مناطق کشور وجود دارد، پیشنهاد می‌شود با انجام مطالعات مشابه در مناطق دیگر کشور و استان و استفاده از نتایج آن‌ها در برنامه‌ریزی‌های منابع آب سعی شود مدیریت بهتری بر استفاده از این منابع اعمال گردد.



نمودار۳- مسیر بهینه استخراج آب از سفره زیرزمینی

منابع

۱- احمدیان م. ۱۳۷۰. نظریه قیمت در اقتصاد منابع پایان پذیر(کاربرد نظریه کنترل). انتشارات دانشگاه تهران.

۲- اهرابی ف. و شاکری، ع . ۱۳۷۷. اصول بهینه‌یابی پویا (ترجمه). چاپ اول. نشر نی.

۳- دفتر مطالعات آب‌های زیرزمینی. ۱۳۸۶. گزارش ادامه مطالعه و وضعیت هیدروژئولوژیکی دشت‌های دارای شبکه پیزومتریک. معاونت مطالعات و پژوهش منابع آب. شرکت آب منطقه‌ای تهران. وزارت نیرو.

۴- دفتر معاونت برنامه‌ریزی و نظارت راهبردی ریاست جمهوری. ۱۳۸۷. تهران. سایت خبری وزارت نیرو.

۵- سوری ع. ۱۳۸۷. اقتصاد ریاضی، روش‌ها و کاربردها. چاپ دوم. انتشارات سمت.

۶- شرکت مدیریت منابع آب ایران. ۱۳۸۴. سازمان آب منطقه‌ای آذربایجان شرقی. وزارت نیرو.

۷- کاظمی آذر ف. ۱۳۸۵. مدلسازی آب‌های زیرزمینی دشت رفسنجان و بررسی اثرات استخراج آب زیرزمینی. پایان‌نامه کارشناسی ارشد سازه‌های آبی. دانشکده کشاورزی. گروه مهندسی آب. دانشگاه شهید باهنر کرمان.

۸- مهندسین مشاور آب خاک تهران. ۱۳۸۴. مطالعات اجتماعی تکمیلی منطقه بهبود عجب شیر. آب منطقه‌ای آذربایجان شرقی و اردبیل. پروژه مطالعات شبکه آبیاری و زهکشی قلعه چای. وزارت نیرو.

9- Chaitra B.S., and Chandrakanth. M.G. 2005. Optimal extraction of groundwater for irrigation: synergies from surface water bodies' intropical india. Water policy 1-17, 170057.

10- Chakravorty U., and Umetsu C. 2003. Basinwide water management: A spatial model. Journal of Environmental Economics and Management, 45: 1-23.

11- Gemma M., and Yacov T. 2007. The Stabilization value of groundwater and conjunctive water management under uncertainty. Review of agricultural economics, volume 29, number 3, and page 540-548.

12- Hellegers P., Zilberman D., and Van Ierland E. 2001. Dynamics of agricultural groundwater extraction. Selected for presentation at the annual meeting of the American Agricultural Economists Association in Chicago. August 5-8.

13- Krulce D. L., Roumasset J. A., and Wilson T. 1997. Optimal management of a renewable and replaceable resource: The case of coastal groundwater. American Journal of Agricultural Economics 79: 1218-1228.

14- Mink J. F. 1980. State of the groundwater resources of southern Oahu. Honolulu: Honolulu Board of Water Supply. Honolulu, HI, USA, 1981.

15- Pitafi B. A., and Roumasset J. A. 2003. Efficient groundwater pricing and watershed conservation finance: the Honolulu case. paper prepared for presentation at the American agricultural economics association on annual meeting, Montreal Canada, July 27-30.

16- Pitafi B. A., and Roumasset J. A. 2006. Integrated management of multiple aquifers with subsurface flow and inter-district water transport. selected paper prepared for presentation at the American agricultural economics association on annual meeting, California, July 23-26.

17- Pongkijvorasin S., Roumasset J., and Duarte T. 2008. Coastal groundwater management with nearshore resource interactions. Working Paper No. 08-08. November 10, 2008.

18- Reinelt P. 2005. Seawater intrusion policy analysis with a numerical spatially heterogeneous dynamic optimization model. Water Resources Research 41: online journal.

19- Shah F.A., Zilberman D., and Chakravorty U. 1995. Technology adoption in the presence of an exhaustible resource: The case of groundwater extraction. American Journal Agricultural Economists 77. (May 1995). 291-299.

20- Tsur Y., and Zemel A. 1994. Uncertainty and irreversibility in groundwater resource management. Department of Agricultural and Aplied Economics. University of Minnesota. Stuff Paper 94-13.